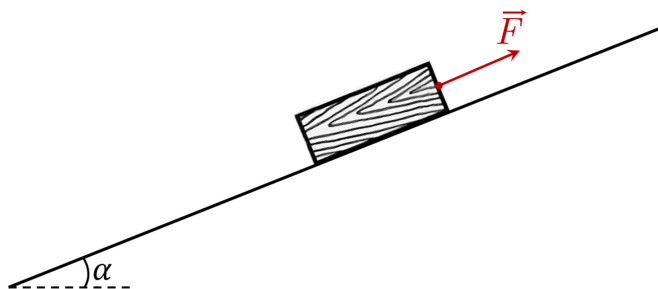


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Брусек располагается на гладкой очень длинной наклонной поверхности и удерживается на месте. Угол наклона поверхности к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Масса бруска $m = 1$ кг. В момент времени $t = 0$ с брусек отпускают и при этом к нему прикладывают силу, которая направлена вверх параллельно наклонной плоскости. Зависимость модуля силы от времени описывается формулой $F = \beta t$, где $\beta = 0.1$ Н/с. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



а) Как будет двигаться брусек, после того, как его отпустят?

Ответ:

- Продолжит стоять на месте; его ускорение равно нулю
- ✓ Двигаться с ускорением вниз по плоскости
- Двигаться с ускорением вверх по плоскости
- Двигаться вниз по плоскости с постоянной скоростью

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Определите ускорение бруска в начальный момент времени. Ответ выразите в м/с², округлите до целых.

Ответ: 5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) В какой момент времени ускорение бруска станет равным нулю? Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

Ответ: 50

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) В какой момент времени брусек остановится? Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

Ответ: 100

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Сразу после отпускания бруска сила $F = 0$. Так как поверхность гладкая, в этот момент времени на брусек действуют сила нормальной реакции N (перпендикулярна поверхности) и сила тяжести (направлена вертикально вниз).

Сумма сил направлена вдоль поверхности вниз. По второму закону Ньютона ускорение бруска направлено туда же.

б) В начальный момент времени:

$$F = \beta t = 0.1 \cdot 0 = 0 \text{ Н.}$$

Второй закон Ньютона в проекции на наклонную плоскость:

$$mg \cdot \sin \alpha = ma.$$

Следовательно, ускорение бруска:

$$a = g \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0.5 = 5 \text{ м/с}^2.$$

в) Применим второй закон Ньютона для данного момента времени в проекции на направление, параллельное наклонной плоскости:

$$\beta t - mg \cdot \sin \alpha = 0.$$

Получаем:

$$t = \frac{mg \cdot \sin \alpha}{\beta} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 0.5}{0.1} = 50 \text{ секунд.}$$

г) Согласно теореме об изменении кинетической энергии, сумма работ всех сил, действующих на брусек, к моменту его остановки равна нулю:

$$A_N + A_{mg} + A_F = 0.$$

Работа силы реакции $A_N = 0$, так как сила реакции перпендикулярна направлению движения бруска.

Работа силы тяжести $A_{mg} = mgh = mgl \cdot \sin \alpha$, где h — разница высот между начальной и конечной точками, а l — пройденное брусом расстояние вдоль наклонной плоскости.

Работа силы тяги $A_F = F_{\text{ср}} \cdot l \cdot \cos(180^\circ) = -\left(\frac{\beta t}{2}\right) \cdot l$, где $F_{\text{ср}}$ — среднее значение силы F . Так как она меняется по линейному закону, среднее значение можно найти как $F/2 = \beta t/2$.

Получаем:

$$\left(\frac{\beta t}{2}\right) \cdot l = mgl \cdot \sin \alpha.$$

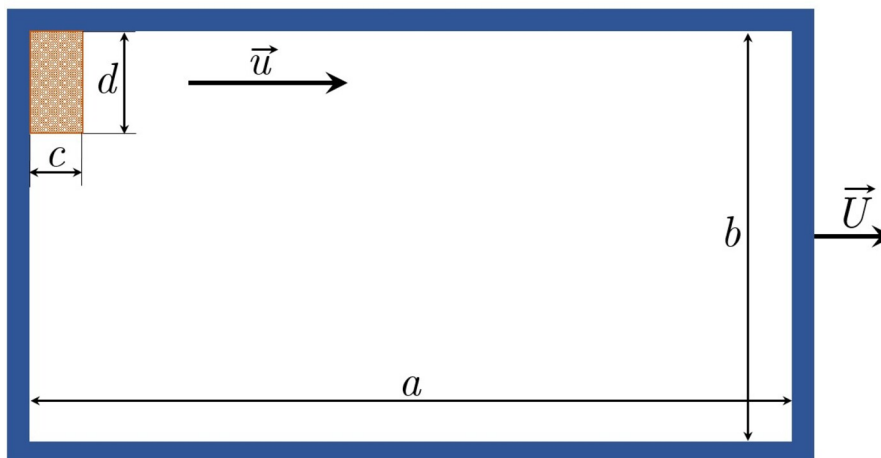
$$t = \frac{2mg \cdot \sin \alpha}{\beta} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 0.5}{0.1} = 100 \text{ секунд.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	α , град.	m , кг	β , Н/с	a , м/с ²	$t^{(1)}$, с	$t^{(2)}$, с
1	30	1	0.1	5	50	100
2	5	2	0.2	1	9	17 или 18
3	10	3	0.3	2	17	35 или 34
4	15	1	0.4	3	6	13 или 12
5	20	2	0.1	3	68	137 или 136
6	25	3	0.2	4	63	127 или 126
7	35	1	0.3	6	19	38
8	40	2	0.4	6	32	64
9	45	3	0.1	7	212	424
10	50	1	0.2	8	38	77 или 76
11	30	2	0.3	5	33	67 или 66
12	5	3	0.4	1	7	13 или 14
13	10	1	0.1	2	17	35 или 34
14	15	2	0.2	3	26	52
15	20	3	0.3	3	34	68
16	25	1	0.4	4	11	21 или 22
17	35	2	0.1	6	115	229 или 230
18	40	3	0.2	6	96	193 или 192
19	45	1	0.3	7	24	47 или 48
20	50	2	0.5	8	31	61 или 62

Задание 2. Вариант 1. В конце рабочего дня наружные поверхности вагонов метро обязательно моют в автоматическом режиме. Один из школьников в рамках проекта «Сириус.Лето» предложил следующий способ очистки окон вагона.

Окна имеют прямоугольную форму и размеры $a = 110$ см, $b = 90$ см. Протирают окно при помощи механического манипулятора, который прижимает к стеклу прямоугольную губку размерами $c = 10$ см и $d = 30$ см, а затем перемещает её в горизонтальном и вертикальном направлениях.



Пусть вагон движется со скоростью $U = 0.5$ м/с. Манипулятор начинает протирать стекло, прижав губку к верхнему левому углу стекла и двигая её в горизонтальном направлении в сторону движения вагона со скоростью $u = 1$ м/с относительно поверхности Земли. Достигнув противоположного края окна, манипулятор перемещает губку так, что относительно окна она смещается вниз вдоль вертикальной стороны окна на расстояние d , двигаясь со скоростью $u_y = 0.6$ м/с относительно окна. После этого манипулятор перемещает губку в горизонтальном направлении со скоростью u относительно поверхности Земли, но уже в направлении, противоположном движению вагона. Эти манипуляции продолжают до тех пор, пока окно не будет полностью протёрто.

а) Сколько горизонтальных проходов должна совершить губка для полной очистки окна? Смена направления движения губки на противоположное считается началом нового прохода.

Ответ: 3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) За какое время губка достигнет противоположного края окна в первый раз? Ответ выразите в секундах, округлите до сотых.

Ответ: 2.00

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Сколько времени занимает один проход губки от правого края окна к левому? Ответ выразите в секундах, округлите до сотых.

Ответ: 0.67

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

г) На какое расстояние сместится вагон относительно Земли за время очистки окна? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых.

Ответ: 2.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

д) На какое расстояние сместится губка по горизонтали относительно Земли за время очистки окна? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых.

Ответ: 3.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) С какой скоростью движется губка относительно Земли при её смещении вниз относительно вертикальной стороны окна? Ответ выразите в м/с, округлите до сотых.

Ответ: 0.78

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Чтобы окно было очищено полностью, губка должна сместиться по вертикали до нижнего края окна. Так как перед каждым вертикальным смещением происходит горизонтальный проход, их количество будет равно отношению высоты окна к высоте губки:

$$n = \frac{b}{d} = \frac{0.9}{0.3} = 3.$$

б) Необходимо длину окна за вычетом ширины губки c разделить на скорость, с которой губка будет двигаться относительно вагона:

$$t_1 = \frac{a - c}{u_x - U} = \frac{1.1 - 0.1}{1 - 0.5} = 2.0 \text{ с.}$$

в) Для расчёта времени обратного движения можно воспользоваться формулой из предыдущего вопроса, но учесть, что скорость губки относительно вагона станет другой:

$$t_2 = \frac{a - c}{u_x + U} = \frac{1.1 - 0.1}{1 + 0.5} = 0.67 \text{ с.}$$

г) Необходимо скорость вагона умножить на время очистки окна $L_B = Ut_0$. Время очистки окна складывается из времени движения губки по направлению движения вагона t_1 , времени движения губки против движения вагона t_2 и времени вертикального смещения губки $t_3 = \frac{d}{u_y} = \frac{0.3}{0.6} = 0.5 \text{ с.}$ При этом необходимо учитывать количество горизонтальных и вертикальных проходов n .

Если n — чётное число, то $t_0 = \frac{n}{2}(t_1 + t_2) + (n - 1)t_3$.

Если n — нечётное число, то $t_0 = \frac{n+1}{2}t_1 + \frac{n-1}{2}t_2 + (n - 1)t_3 = 2 \cdot 2 + 0.7 + 2 \cdot 0.5 = 5.7 \text{ с.}$

Вычислив время очистки окна по соответствующей формуле, можно посчитать смещение вагона:

$$L_B = 0.5 \cdot 5.7 = 2.8 \text{ м.}$$

д) Формула для расчёта смещения губки относительно поверхности Земли за время очистки окна зависит от значения n . Если оно чётное, то к концу очистки окна губка окажется около левого края окна, значит, сместится относительно Земли на то же расстояние, что и вагон: $L_\Gamma = L_B$. Если n нечётное, то к концу очистки губка окажется около правого края окна, значит, её смещение относительно Земли превысит смещение вагона на длину окна за вычетом ширины губки:

$$L_\Gamma = L_B + (a - c) = 2.8 + (1.1 - 0.1) = 3.8 \text{ м.}$$

е) При смещении губки вдоль вертикальной стороны окна необходимо, чтобы губка относительно поверхности Земли в горизонтальном направлении двигалась со скоростью вагона U , а в вертикальном направлении — со скоростью u_y . Тогда итоговую скорость можно найти по теореме Пифагора:

$$u_{\text{от}} = \sqrt{U^2 + u_y^2} = 0.78 \text{ м/с.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	a , см	b , см	c , см	d , см	U , м/с	u , м/с	u_y , м/с	n	t_1 , с	t_2 , с	L_B , м	L_Γ , м	$u_{\text{от}}$, м/с
1	110	90	10	30	0.5	1	0.6	3	2	0.67	2.8	3.8	0.78
2	95	75	15	25	0.6	1.1	1	3	1.6	0.47	2.5	3.3	1.17
3	120	105	20	35	0.5	1.2	0.2	3	1.43	0.59	3.5	4.5	0.54
4	125	60	10	20	0.8	1.3	0.7	3	2.3	0.55	4.6	5.7	1.06
5	135	120	15	40	1	1.4	0.8	3	3	0.5	7.5	8.7	1.28
6	120	60	20	30	0.9	1.5	0.4	2	1.67	0.42	2.6	2.6	0.98
7	150	50	10	25	0.7	1.6	0.6	2	1.56	0.61	1.8	1.8	0.92
8	145	70	15	35	1.1	1.7	1	2	2.17	0.46	3.3	3.3	1.49
9	140	40	20	20	0.5	1.8	0.4	2	0.92	0.52	1	1	0.64
10	155	80	10	40	0.1	1.9	0.6	2	0.81	0.73	0.2	0.2	0.61
11	120	120	15	30	0.7	1	0.8	4	3.5	0.62	6.6	6.6	1.06
12	105	100	20	25	0.7	1.1	0.4	4	2.13	0.47	4.9	4.9	0.81
13	115	140	10	35	0.8	1.2	1.1	4	2.63	0.53	5.8	5.8	1.36
14	125	80	15	20	0.8	1.3	1	4	2.2	0.52	4.8	4.8	1.28
15	135	160	20	40	1	1.4	0.4	4	2.88	0.48	9.7	9.7	1.08
16	130	150	10	30	0.5	1.5	0.9	5	1.2	0.6	3.1	4.3	1.03
17	130	125	15	25	1.1	1.6	1.1	5	2.3	0.43	9.5	10.7	1.56
18	145	175	20	35	1.2	1.7	0.4	5	2.5	0.43	14.2	15.5	1.26
19	140	100	10	20	1.1	1.8	0.6	5	1.86	0.45	8.6	9.9	1.25
20	170	75	15	15	1	1.9	0.9	5	1.72	0.53	6.9	8.5	1.35

Задание 3. Вариант 1. Парогенератор — устройство, создающее пар за счёт нагрева воды. В парогенераторе вода из встроенного резервуара подаётся в небольшую камеру нагрева, где нагревается электрическим нагревателем до $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ и затем начинает испаряться. При этом на место испарившейся воды непрерывно подаётся новая из встроенного резервуара. Считайте, что вся электрическая энергия идёт только на нагрев и испарение воды, при этом температура воды в резервуаре не изменяется. Начальная температура воды равна $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Удельная теплоёмкость воды $4200\text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$, плотность — 1000 кг/м^3 . Удельная теплота парообразования — 2.26 МДж/кг . Температура пара на выходе из парогенератора $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

В таблице даны основные характеристики парогенератора, заявленные производителем.

Мощность	2400 Вт
Материал подошвы	Керамика
Объём резервуара для воды	1500 мл
Постоянная подача пара	140 г/мин
Паровой удар	Есть
Давление пара	6.8 бар
Время нагрева (от включения парогенератора до начала подачи пара)	9 с
Рабочее напряжение	220 В



а) Какой ток протекает по проводу, когда парогенератор работает на полную мощность? Ответ выразите в амперах, округлите до десятых.

Ответ: 10.9

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) На какое время непрерывной работы рассчитана одна заправка парогенератора? Ответ выразите в минутах, округлите до десятых.

Ответ: 10.7

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Напряжение в сети упало до 180 В. Чему стала равна электрическая мощность, потребляемая парогенератором? Ответ выразите в киловаттах, округлите до сотых.

Ответ: 1.61

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Как показывает практика, при работе парогенератора из него вылетает не только пар (отдельные молекулы воды), но и мелкие капли воды диаметром менее 0.1 мм. При этом можно пренебречь затратами энергии на превращение воды в маленькие капельки и считать, что энергия используется только на нагрев всего объёма воды и испарение некоторой её части.

Какую мощность потреблял бы парогенератор в идеальном случае (вся электрическая энергия идёт на нагрев и полное испарение воды), чтобы непрерывно генерировать только пар (без капелек воды) с указанной производительностью? Ответ выразите в киловаттах, округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [5.99; 6.03]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Вся энергия, потребляемая парогенератором с характеристиками, указанными в таблице, идёт на нагрев воды и превращение её части в пар. Чему равна массовая доля воды в каплях? Ответ выразите в процентах, округлите до целых.

Ответ: 68

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) Сколько воды помещается в камеру нагрева парогенератора? Считайте, что производитель правильно указал мощность парогенератора и время разогрева воды от начальной температуры до температуры рабочего режима (начала подачи пара). Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

Ответ: 69

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Согласно таблице характеристик парогенератора, мощность $P_0 = 2400$ Вт и напряжение сети $U = 220$ В. По закону Джоуля–Ленца электрическая мощность $P_0 = UI$, откуда

$$I = \frac{2400}{220} = 10.9 \text{ А.}$$

б) Объём резервуара для воды — 1500 мл, отсюда получим 1500 г воды. Т. к. вода из парогенератора расходуется только в виде пара с расходом 140 г/мин, получаем, что вся вода израсходуется за

$$\tau = \frac{1500}{140} = 10.7 \text{ мин.}$$

в) При разных напряжениях сети у парогенератора остаётся неизменным сопротивление нагревательного элемента. Вспоминая закон Джоуля–Ленца $P = UI$ и закон Ома $I = U/R$, находим, как изменяется мощность при изменении напряжения: $P = U^2/R$. Через отношение находим новую мощность:

$$P_1 = P_0 \cdot \frac{U_1^2}{U_0^2} = 2400 \cdot \frac{180^2}{220^2} = 1606.6 \text{ Вт} = 1.607 \text{ кВт.}$$

г) Для непрерывной работы парогенератора за промежуток времени τ вода комнатной температуры $t_0 = 25$ °С должна успевать нагреваться до $t_k = 100$ °С и полностью испаряться. При этом производительность (масса воды в единицу времени) постоянна и равна $m_t = 140$ г/мин.

Составим уравнение теплового баланса:

$$P \cdot \tau = m_t \cdot \tau \cdot (C \cdot (t_k - t_0) + L).$$

Находим мощность:

$$P = \frac{140 \cdot 10^{-3}}{60} \cdot (4200 \cdot 75 + 2.26 \cdot 10^6) = 6008 \text{ Вт} = 6.01 \text{ кВт.}$$

д) Составим уравнение теплового баланса: подводимая за время τ энергия ($P \cdot \tau$) расходуется на нагрев воды массой $m_t \cdot \tau$ и испарение воды массой $m_t \cdot \tau \cdot (1 - x)$, где x — массовая доля воды, оставшейся в каплях.

Уравнение: $P \cdot \tau = m_t \cdot \tau \cdot C \cdot (t_k - t_0) + m_t \cdot \tau \cdot (1 - x) \cdot L$.

Получаем:

$$1 - x = \frac{\frac{P}{m_t} - C \cdot (t_k - t_0)}{L} = \frac{\frac{2400}{140 \cdot \frac{10^{-3}}{60}} - 4200 \cdot (100 - 25)}{2.26 \cdot 10^6} = \frac{1028 \cdot 10^3 - 315 \cdot 10^3}{2260 \cdot 10^3} = 0.3155.$$

Массовая доля воды в каплях:

$$X = (1 - 0.3155) \cdot 100 \% = 68 \%.$$

е) Для разогрева требуется воду массой m_0 довести до кипения за время $\tau_p = 9$ с (согласно характеристикам устройства).

Составим уравнение теплового баланса:

$$P \cdot \tau_p = m_0 \cdot C \cdot (t_k - t_0).$$

Находим массу:

$$m_0 = \frac{P \cdot \tau_p}{C \cdot (t_k - t_0)} = \frac{2400 \cdot 9}{4200 \cdot 75} = 0.06857 \text{ кг} = 69 \text{ г.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	t_0 , °C	P_0 , Вт	V , л	m_t , г/мин	I , А	τ , мин	P_1 , кВт	P_{\min} , кВт	P_{\max} , кВт	X , %	m_0 , г
1	25	2400	1500	140	10.9	10.7	1.61	5.99	6.03	68	69
2	25	2300	2000	175	10.5	11.4	1.54	7.49	7.53	79	66
3	25	3500	1700	230	15.9	7.4	2.34	9.85	9.89	74	100
4	25	2100	1800	170	9.5	10.6	1.41	7.28	7.32	81	60
5	25	2000	1600	165	9.1	9.7	1.34	7.06	7.10	82	57
6	25	1900	1500	160	8.6	9.4	1.27	6.85	6.89	82	54
7	25	1800	2000	155	8.2	12.9	1.2	6.63	6.67	83	51
8	25	1700	1700	150	7.7	11.3	1.14	6.42	6.46	84	49
9	25	1600	1800	145	7.3	12.4	1.07	6.20	6.24	85	46
10	25	1500	1500	135	6.8	11.1	1	5.77	5.81	84	43
11	25	2500	1600	185	11.4	8.6	1.67	7.92	7.96	78	71
12	25	2600	1700	190	11.8	8.9	1.74	8.13	8.17	78	74
13	25	2700	2000	195	12.3	10.3	1.81	8.35	8.39	77	77
14	25	2800	1500	200	12.7	7.5	1.87	8.56	8.60	77	80
15	30	2900	1600	205	13.2	7.8	1.94	8.71	8.75	75	89
16	25	3000	1700	210	13.6	8.1	2.01	8.99	9.03	76	86
17	25	3100	2000	215	14.1	9.3	2.08	9.21	9.25	76	89
18	25	3200	1500	220	14.5	6.8	2.14	9.42	9.46	75	91
19	25	3600	2000	235	16.4	8.5	2.41	10.07	10.11	73	103
20	25	3400	1600	225	15.5	7.1	2.28	9.66	10.70	74	97

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

